

Perspektywy

oto**uczelnie** ●

PROWADZĄCY:



MATEMATYKA GRYZIE



Akademia Finansów i Biznesu Vistula
Szkoła Główna Turystyki i Hotelarstwa Vistula
Studia globalnych możliwości



vistula.edu.pl
vistulahospitality.edu.pl

PRZYDATNE INFORMACJE

FUNKCJA KWADRATOWA - NIERÓWNOŚĆ KWADRATOWA

Cz. 2

@matematykegrycie

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

PRZYKŁAD: MAJ 2015 CKE (2 pkt)

$$2x^2 - 4x > (x+3)(x-2)$$

$$2x^2 - 4x > x^2 - 2x + 3x - 6$$

$$2x^2 - 4x - x^2 + 2x - 3x + 6 > 0$$

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 6 = 1$$

$$x_1 = \frac{5-1}{2} = 2 \quad x_2 = \frac{5+1}{2} = 3$$

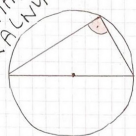


$$x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$$

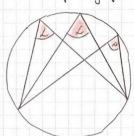
KĄTY W OKRĘGU

@matematykegrycie

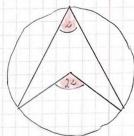
PEWNIĄK Maturalny!



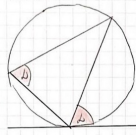
KĄT WSPRĘGNY OKRĘGU NA OKRĘGOWY JEST KĄTEM PROSTYM



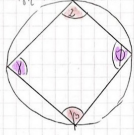
KĄT WSPRĘGNY OKRĘGU NA TĄ SAMĄ ŁUKU MAJĄ RÓWNE MIARY



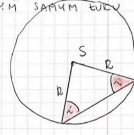
KĄT ŚRODKOWY JEST 2 RAZY WIĘKSZY OD KĄTA WSPRĘGNEGO OPARTEGO NA TĄ SAMĄ ŁUKU



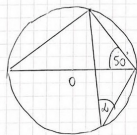
KĄT MIĘDZY STYKNIĄ A CIĘCIĄ OKRĘGU JEST RÓWNY KĄTOWI WSPRĘGNEMU OPARTEMU NA ŁUKU WYTNAJONYM PRZEZ KONCE CIĘCIWY



$\angle + \beta = 180^\circ$
 $\gamma + \delta = 180^\circ$



Zad. 1. Sierpień 2015 4 pkt

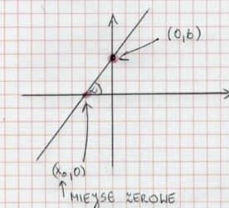


$y = ax + b$ - wzór ogólny

a - współczynnik kierunkowy

$a = \tan \alpha$

b - miejsce przecięcia z OY



MONOTONICZNOŚĆ FUNKCJI

$a > 0$ RÓSNĄCA

$a < 0$ MALEJĄCA

$a = 0$ STAŁA

PROSTE RÓWNOLEGŁE

$a_1 = a_2$

PROSTE PROSTOKĄTNE

$a_1 \cdot a_2 = -1$

FUNKCJA KWADRATOWA

$y = ax^2 + bx + c$ - postać ogólna

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta > 0$ - dwa rozwiązania

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$\Delta = 0$ - jedno rozwiązanie

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

$\Delta < 0$ - brak

$y = a(x-p)^2 + q$ - postać kanoniczna

$h(p, q)$ - wierzchołek

$$p = -\frac{b}{2a}$$

$$q = \frac{\Delta}{4a}$$

$$p = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$q = f(p)$$

$a > 0$

$a < 0$

$y = a(x-x_1)(x-x_2)$ - postać iloczynowa $\Delta > 0$

$y = a(x-x_0)^2$ - $\Delta = 0$

przekształty monotoniczności

$a > 0$

$a < 0$

$f \nearrow$ dla $x \in \langle p, +\infty \rangle$

$f \searrow$ dla $x \in (-\infty, p \rangle$

zakres wartości $a > 0$

$$ZW = \langle q, +\infty \rangle$$

$a < 0$

$$ZW = (-\infty, q \rangle$$

os. symetrii $x = p$

FUNKCJA KWADRATOWA - NIERÓWNOŚĆ KWADRATOWA

ZADANIE PEWNIĄK Maturalny, ZA 2 PKT!

$$ax^2 + bx + c$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta > 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

@matematykegrycie

$\Delta < 0$

brak

$\Delta = 0$

$$x_0 = \frac{-b}{2a}$$

$a > 0$

$a < 0$

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Zadanie 26. (0-2)Rozwiąż nierówność $2x^2 - 4x > (x+3)(x-2)$.

$$2x^2 - 4x > x^2 - 2x + 3x - 6 \quad | -x^2 \quad | +2x \quad | -3x \quad | +6$$

$$\underline{2x^2 - 4x} - \underline{x^2 + 2x - 3x} + 6 > 0$$

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$a=1 \quad b=-5 \quad c=6 \quad \boxed{ax^2 + bx + c}$$

$$-5^2 = -25$$

$$(-5)^2 = 25$$

$$\Delta = b^2 - 4ac =$$

$$= (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 =$$

$$= 25 - 24 = 1$$

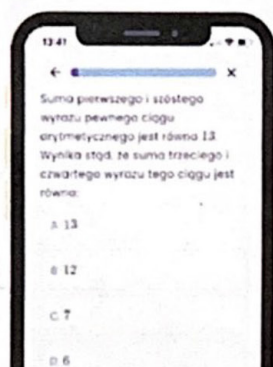
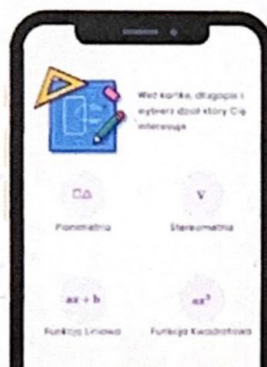
$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$



$$x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$$

**Matematyka Gryzie**

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



Zadanie 27. (0-2)Rozwiąż nierówność $2x^2 - 4x > 3x^2 - 6x$.

$$2x^2 - 4x > 3x^2 - 6x \quad | -3x^2 \quad | +6x$$

$$-x^2 + 2x > 0$$

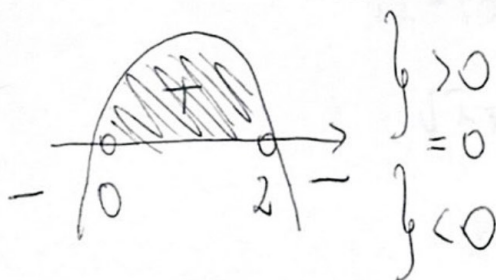
I sposób

$$-x^2 + 2x > 0$$

$$-x(x-2) > 0$$

$$x=0 \vee x-2=0$$

$$x=2$$



$$x \in (0, 2)$$

II sposób

$$-x^2 + 2x > 0$$

$$a=-1 \quad b=2 \quad c=0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac =$$

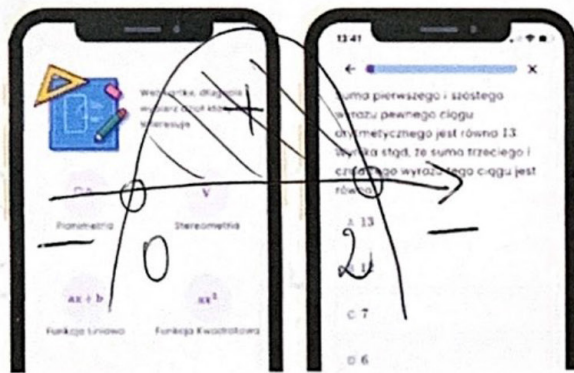
$$= 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0 = 4$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-2 - 2}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-2 + 2}{-2} = \frac{0}{-2} = 0$$

$$x \in (0, 2)$$

**Matematyka Gryzie**

kurs maturalny z matematyki w aplikacji

$$ax^2+bx+c$$

Zadanie 28. (0-2)

Rozwiąż równanie $(4-x)(x^2+2x-15)=0$.

$$(4-x)(x^2+2x-15)=0$$

$$4-x=0/-4 \vee x^2+2x-15=0$$

$$-x = -4 / \cdot (-1)$$

$$x=4$$

$$a=1 \quad b=2 \quad c=-15$$

$$\Delta = b^2 - 4ac =$$

$$= 2^2 - 4 \cdot (-15) =$$

$$= 4 + 60 = 64$$

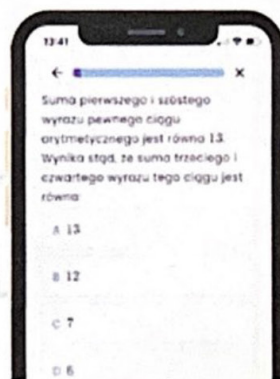
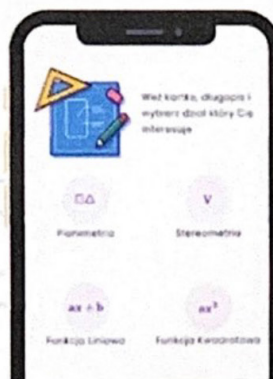
$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - 8}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + 8}{2} = \frac{6}{2} = 3$$



Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



Zadanie 6. (0-1)

Suma wszystkich pierwiastków równania $(x+3)(x+7)(x-11)=0$ jest równa

A. -1

B. 21

C. 1

D. -21

$$(x+3)(x+7)(x-11)=0$$

$$x+3=0 \vee x+7=0 \vee x-11=0$$

$$x=-3$$

$$x=-7$$

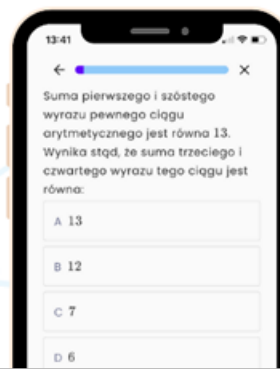
$$x=11$$

$$-3 + (-7) + 11 = -10 + 11 = 1$$



Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



Dwiech:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} \quad \text{bo} \quad x > 0$$

$$\sqrt{x} \quad \text{bo} \quad x \geq 0$$

$$\frac{1}{x} \quad \text{bo} \quad x \neq 0$$



Zadanie 7. (0-1)

Równanie $\frac{x-1}{x+1} = x-1$

- A. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=1$.
- B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=0$.
- C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x=-1$.
- D. ma dokładnie dwa rozwiązania: $x=0$, $x=1$.**

$$x+1 \neq 0 / -1$$

$$x \neq -1$$

$$D: \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$\frac{x-1}{x+1} = x-1 \quad / \cdot (x+1)$$

$$x-1 = (x-1)(x+1)$$

$$a^2 - b^2$$

$$x-1 = x^2 - 1 \quad / -x^2 / +1$$

$$-x^2 + x = 0$$

$$x(-x+1) = 0$$

$$x=0 \quad \vee \quad -x+1=0$$

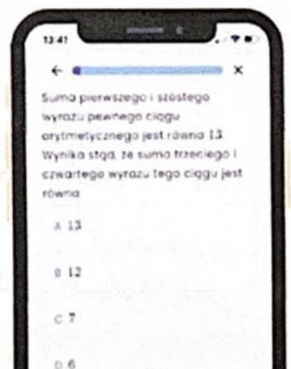
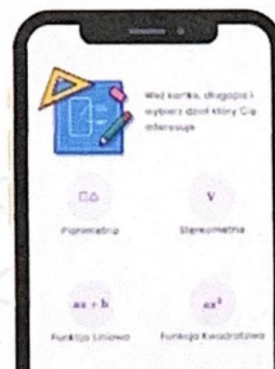
$$-x = -1$$

$$x=1$$



Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



Zadanie 9. (0-1)

Równanie wymierne $\frac{3x-1}{x+5} = 3$, gdzie $x \neq -5$,

- A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.
- B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
- C. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
- D. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.

$$\frac{3x-1}{x+5} = 3 \quad | \cdot (x+5)$$

$$3x-1 = 3(x+5)$$

$$3x-1 = 3x+15 \quad | -3x$$

$$-1 = 15$$

$$L \neq P$$

(A)

brało

rozwiązanie!

$$L = P$$

Nieskończenie

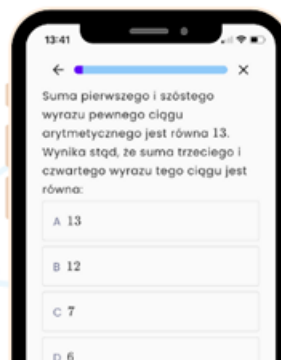
wiele

rozwiązań



Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



Zadanie 7. (1 pkt)

Równanie $\frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4} = 0$

A. ma trzy rozwiązania: $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$

B. ma dwa rozwiązania: $x = 0$, $x = 2$

C. ma dwa rozwiązania: $x = -2$, $x = 2$

D. ma jedno rozwiązanie: $x = 0$

$$x^2 - 4 \neq 0$$

$$x^2 \neq 4$$

$$x \neq 2 \wedge x \neq -2$$

~~W~~

$$\frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4} = 0 \quad / \cdot x^2 - 4$$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x(x + 2) = 0$$

$$\underbrace{x = 0} \vee x + 2 = 0$$

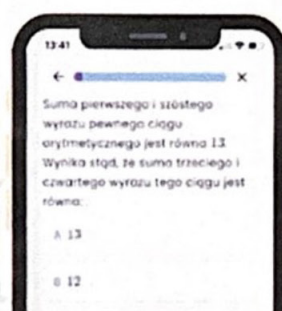
$$x = -2$$

$\notin D$



Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) =$$

$$= 1 + 24 = 25$$

$$x_1 = \frac{1-5}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

Zadanie 27. (0-2)

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x , które spełniają warunek: $\frac{3x^2 - 8x - 3}{x-3} = x-3$.

odp: $x \in \{-2\}$

$$x-3 \neq 0$$

$$x \neq 3$$

$$\frac{3x^2 - 8x - 3}{x-3} = x-3 \quad | \cdot (x-3)$$

$$3x^2 - 8x - 3 = (x-3)(x-3)$$

$$3x^2 - 8x - 3 = x^2 - 3x - 3x + 9$$

$$3x^2 - 8x - 3 = x^2 - 6x + 9 \quad | -x^2 \quad | +6x \quad | -9$$

$$\underline{\underline{3x^2 - 8x - 3}} - \underline{\underline{x^2 - 6x + 9}} = 0$$

$$2x^2 - 2x - 12 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$a=1$$

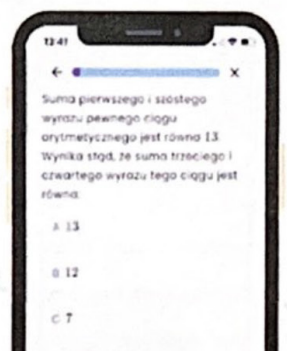
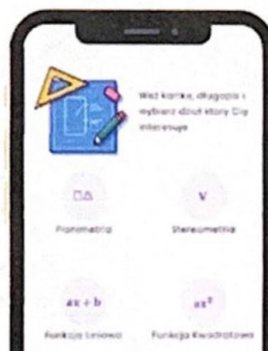
$$b=-1$$

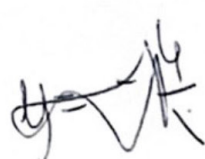
$$c=-6$$



Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji





$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$$

Zadanie 19. (0-1)

Na płaszczyźnie z układem współrzędnych proste k i l przecinają się pod kątem prostym w punkcie $A = (-2, 4)$. Prosta k jest określona równaniem $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$. Zatem prostą l opisuje równanie

A. $y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$

B. $y = -\frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$

C. $y = 4x - 12$

D. $y = 4x + 12$

$$y = ax + b$$

$$a_1 \cdot a_2 = -1 - \text{proste prostopadłe}$$

$$-\frac{1}{4} \cdot a_2 = -1 \quad | \cdot (-4)$$

$$a_2 = 4$$

$$y = 4x + b \quad A(-2, 4)$$

$$4 = 4 \cdot (-2) + b$$

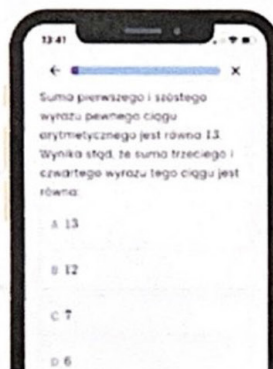
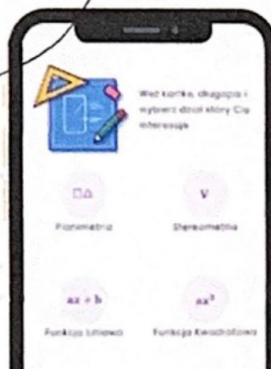
$$4 = -8 + b$$

$$b = 12$$



Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



Zadanie 19. (1 pkt)

Proste o równaniach $y = (m+2)x + 3$ oraz $y = (2m-1)x - 3$ są równoległe, gdy

A. $m = 2$

B. $m = 3$

C. $m = 0$

D. $m = 1$

$$a_1 = a_2 - \text{równoległe}$$

$$m+2 = 2m-1 \quad | -2m$$

$$-m+2 = -1 \quad | -2$$

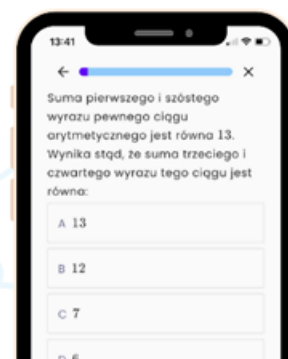
$$-m = -3 \quad | \cdot (-1)$$

$$m = 3$$



Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



Zadanie 16. (0-1)

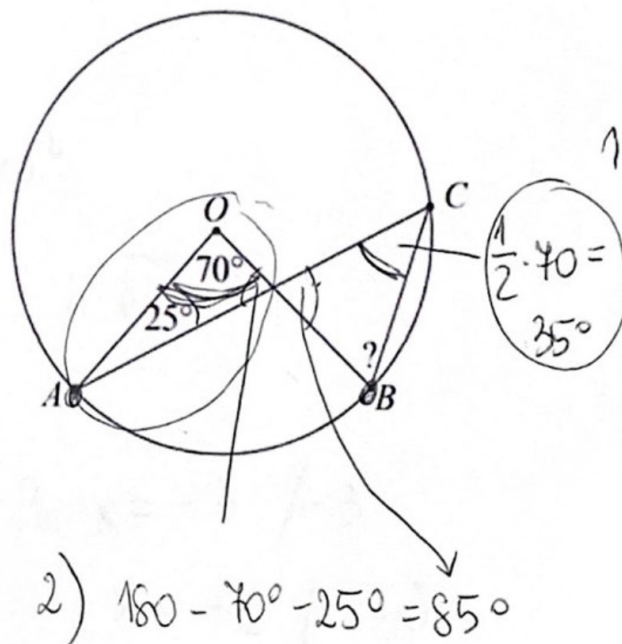
Na okręgu o środku w punkcie O wybrano trzy punkty A, B, C tak, że $|\sphericalangle AOB| = 70^\circ$, $|\sphericalangle OAC| = 25^\circ$. Cięciwa AC przecina promień OB (zobacz rysunek). Wtedy miara $\sphericalangle OBC$ jest równa

A. $\alpha = 25^\circ$

B. $\alpha = 60^\circ$

C. $\alpha = 70^\circ$

D. $\alpha = 85^\circ$

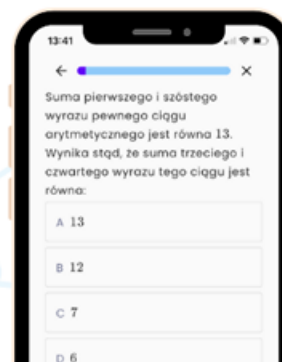


$$\sphericalangle = 180 - 35 - 85 = 60^\circ$$



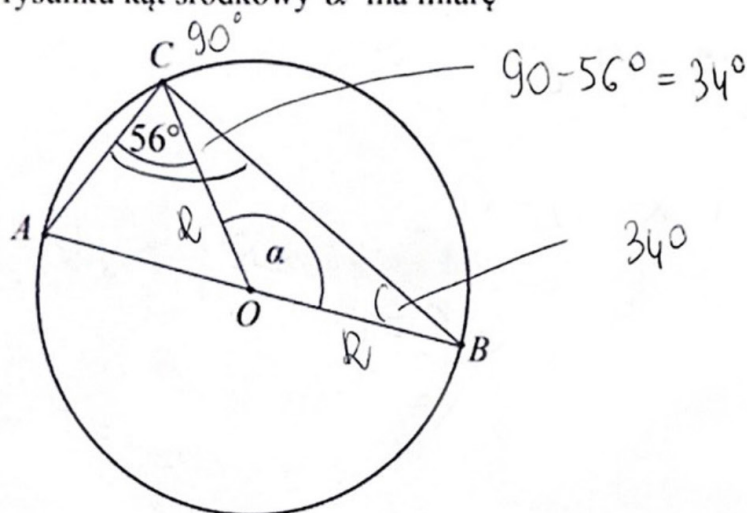
Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



Zadanie 15. (0-1)

Na okręgu o środku w punkcie O leży punkt C (zobacz rysunek). Odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Zaznaczony na rysunku kąt środkowy α ma miarę

A. 116° B. 114° C. 112° D. 110°

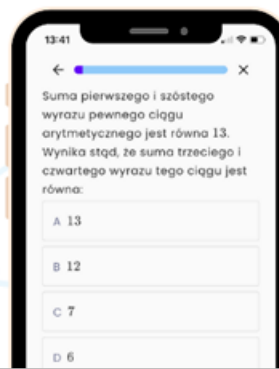
$$\alpha = 180 - 34 - 34 =$$

$$= 180 - 68^\circ = 112^\circ$$

(C)

**Matematyka Gryzie**

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



Zadanie 7. (0-1)

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = 9 - (3 - x)^2$ są liczby

A. 0 oraz 3

B. -6 oraz 6

C. 0 oraz -6

D. 0 oraz 6

$$0 = 9 - (3 - x)^2 \quad | + (3 - x)^2$$

$$(3 - x)^2 = 9 \quad | \sqrt{}$$

$$|3 - x| = 3$$

$$3 - x = 3 \quad | -3 \quad \vee$$

$$-x = 0$$

$$x = 0$$

$$3 - x = -3 \quad | -3$$

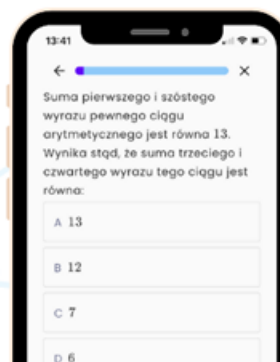
$$-x = -6 \quad | \cdot (-1)$$

$$x = 6$$



Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



Zadanie 9. (0-1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = \sqrt{3}(x+1) - 12$ jest liczba

A. $\sqrt{3} - 4$

B. $-2\sqrt{3} + 1$

C. $4\sqrt{3} - 1$

D. $-\sqrt{3} + 12$

$$0 = \sqrt{3}(x+1) - 12 \quad | +12$$

$$12 = \sqrt{3}(x+1)$$

$$12 = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \quad | -\sqrt{3}$$

$$12 - \sqrt{3} = \sqrt{3}x$$

$$\sqrt{3}x = 12 - \sqrt{3} \quad | : \sqrt{3}$$

$$x = \frac{12 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{(12 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{3} =$$

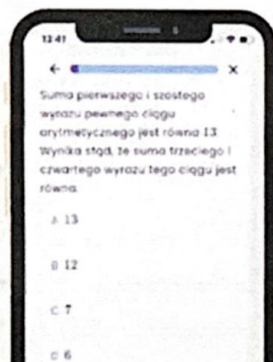
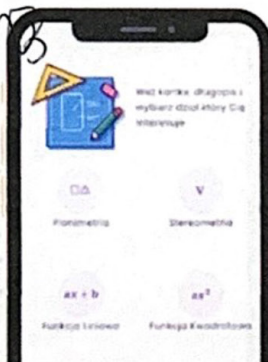
$$= \frac{12\sqrt{3} - 3}{3} = \frac{12\sqrt{3}}{3} - \frac{3}{3} = 4\sqrt{3} - 1$$

$$= 4\sqrt{3} - 1 \quad \text{C}$$

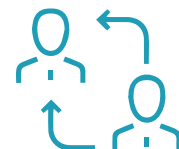


Matematyka Gryzie

kurs maturalny z matematyki w aplikacji



INDYWIDUALNA KONSULTACJA TELEFONICZNA



W Vistuli dbamy o każdego studenta, ale najpierw zaczynamy od... Ciebie! Jeśli trudno Ci się zdecydować na to, co wybrać po maturze, porozmawiaj z naszym ekspertem. Konsultacje są **bezpłatne i bezpieczne** (telefon lub mail). Zarejestruj się już dziś.



<https://www.vistula.edu.pl/konsultacje>



Z VISTULĄ OGARNIESZ PROJEKT MATURA BEZ STRESU



Chcesz zmniejszyć stres maturalny do niezbędnego motywującego minimum? Potrzebujesz praktycznych, sprawdzonych rozwiązań? Sprawdź zatem nasze...

POZOSTAŁE WEBINARY MATURALNE

<https://www.vistula.edu.pl/matura>



Akademia Finansów i Biznesu Vistula
Szkoła Główna Turystyki i Hotelarstwa Vistula
Studia globalnych możliwości



vistula.edu.pl
vistulahospitality.edu.pl